

Müzikte Sihirli Sayılar — 5

2 ve 3'ün komşu tellerdeki akrabaları

Bu ayki yazımızın sorusu, eğer Mayıs ayında keşfettiğimiz gibi tek bir teldeki doğuşkanların çeşitliliği müzikte yer alan perdeler için yeterli değil ise en doğru şekilde ikinci teli işe nasıl katmalıyız? En uygun yöntem nedir ve bugün kullanılmakta tel ayarlarının (akort) arkasında hangi doğa kuralları saklıdır? Haydi katılın siz de aramıza!

Özet

Uzayın büyüklüğünü ve zamanın enginliğini hayal etmekte dahi zorluk yaşıyan bizler için doğada kendiliğinden işleyen ve her yerde aynen geçerli olan en temel yasaları incelemek istiyoruz. Tüm yasaların uyum halinde birbirlerini tamamladığını gözlemleyen birçok bilim insanı gibi, James Clark Maxwell'in elektrik ve manyetik alanları matematikte buluşturarak ilk önemli adımı attığı ve devamında Albert Einstein'ın büyük hayalleri ile binleri peşine taktığı tek bütüne ulaşma yolculuğunda biz de hayal kurmak istiyoruz. Onyedinci yazısına ulaştığımız Matematiğin Sesi yazı dizimize, evrenin gelişiminde belki de en güçlü yasa olan *Termodinamiğin İkinci Yasası* ile yola çıkmış, doğada ortaya çıkan her türlü titreşimin yerinde durmadığı ve sahip olduğu enerjiyi yaymak üzere yayılmak zorunda olmasının evrenin dinamiğinin en temel motoru olduğundan bahsetmiştik. Bu yasa olmasaydı, evrenin mutlak ölümüne ulaşmak çok zahmetsiz olur ve evren çok sıkıcı olurdu. Tüm yasaların etkileşim içerisinde olduğuna inanmayanlar için seçtiğim örneğimiz müzik. Kuramsal fiziğin temelinde yer alan dalgalardan bu dalgalardan çok uzaklarda olduğu düşünülen müziği ilişkilendirebilmek adına, dalgaların bazı özel koşullar altında “du-

rabilererek” duran dalgaları oluşturduğunu ve tüm müzik çalgılarının temelinde bu ilginç prensibin yattığını görmüştük. Müzik “tamamen insana özgü bir kabiliyettir” diyenleri *Müzikte Sihirli Sayılar* dizimizin ilk dört yazısını okumaya davet ediyoruz. Hiçbir dogmayı kabul etmediğimiz, her şeyi en baştan en basit matematiksel haliyle incelediğimiz örneğimiz, Karadeniz kemençemin tek bir teliydi. Beşinci yazımızda artık ikinci telimize geçerek, kendi ses kayıtlarımızdan faydalanarak, her biri ayrı bir mücevher olan temel sayılarımız 1, 2 ve 3'ün akrabalarını incelemeye devam edeceğiz. Haydi görelim, neymiş müziğin matematiği?

En İnce Re telindeki renkli kuşlar

Karadeniz kemençemin en ince teli üzerinde almış olduğum tek bir ses kaydı üzerinde inanılmaz sadelikteki sayılara ulaşmıştık. Serbest (bam) telimden çıkan sesin frekansını piyanodaki tuşlarla karşılaştırdığımda bu temel sesin yaklaşıklık olarak Do sesine yakın olduğunu görmüştük. Başkent Üniversitesi'nde bir avuç kemençe meraklısına zamanını ayırmakta emeğini esirgemeyen değerli kemençe üstadımız Kemal Turgut hocamızın ince telin çok gerilmemesi için uyguladığı bir yöntem olduğunu sonradan

Müzik “tamamen insana özgü bir kabiliyettir” diyenleri *Müzikte Sihirli Sayılar* dizimizin ilk dört yazısını okumaya davet ediyorum. Hiçbir dogmayı kabul etmediğimiz, her şeyi en baştan en basit matematiksel haliyle incelediğimiz örneğimiz, Karadeniz kemençemin tek bir teliydi.

No	Hertz	DO	SOL	RE	LA	Mİ
1	521	1				
2	1,043	2				
3	1,564		1			
4	2,086	3				
5	2,607					
6	3,129		2			
7	3,650					
8	4,172	4				
9	4,693			1		
10	5,215					
11	5,736					
12	6,258		3			
13	6,779					
14	7,301					
15	7,822					
16	8,344	5				
17	8,865					
18	9,387			2		
19	9,908					
20	10,430					
21	10,951					
22	11,473					
23	11,994					
24	12,516		4			
25	13,037					
26	13,559					
27	14,080				1	
28	14,601					
29	15,123					
30	15,644					
32	16,687	6				
36	18,773			3		
48	25,031		5			
54	28,160				2	
64	33,375	7				
72	37,547			4		
81	42,240					1
96	50,062		6			
108	56,320				3	
128	66,750	8				
146	76,136			5		
192	100,124		7			
200	104,296					

(a)

No	Hertz	RE	LA	Mİ	Sİ	SOL _b
1	587	1				
2	1,173	2				
3	1,760		1			
4	2,347	3				
5	2,933					
6	3,520		2			
7	4,107					
8	4,693	4				
9	5,280			1		
10	5,867					
11	6,453					
12	7,040		3			
13	7,627					
14	8,213					
15	8,800					
16	9,387	5				
17	9,973					
18	10,560			2		
19	11,147					
20	11,733					
21	12,320					
22	12,907					
23	13,493					
24	14,080		4			
25	14,667					
26	15,253					
27	15,840				1	
28	16,427					
29	17,013					
30	17,600					
32	18,773	6				
36	21,120			3		
48	28,160		5			
54	31,680				2	
64	37,547	7				
72	42,240			4		
81	47,520					1
96	56,320		6			
108	63,360				3	
128	75,093	8				
146	85,653			5		
192	112,640		7			
200	117,333					

(b)

Tablo 1. Kemençemin tek bir telinde kendiliğinden ortaya çıkan doğuşkanlar ve bu doğuşkanların arasında saklı kalmış diğer perdelerinin selenleri. (a) Geçen ay incelediğimiz en ince Re teli (Do akortlu). (b) Bu ay incelemekte olduğumuz aynı tel (Re ayarlı).

anlamıştık. Normalde Re telinin 586.67 Hertz frekansına sahip olması gerekirken, tel biraz gevşetilerek 521 Hertz değerine kaydırıldığında Do sesi çıkıyordu. Ancak şu soruyu sormuştuk, bu titreşimlerin arasında saklı kalmış farklı frekanslara sahip daha başka ses bileşenleri var mıdır? Cevabımız, evetti. Ortaya çıkan doğuşkanlar arasından, hemen temel Do sesinin frekanslarının tam katlarına sahip olan selenlerini bulmuştuk. Kendi kulağımın 20 Hertz ile 16 Kilohertz aralığındaki sesleri algılayabildiğini kabul ettiğimde, Do'nun birer oktav yukarılarındaki beş

adet tiz Do'nun ve aralardaki farklı renklere sahip dört adet Sol, iki adet Re ve bir adet Mi perdesinin de saklı kalmış olduğunu görmüştük. Tablo 1(a)'ya bakarsanız, Do frekansı olan 521 Hertz'in kaçınıcı katı olduğunu No sütunundan görüyoruz. Her bir katından üretilen her bir doğuşkanın bazı durumlarda Do'nun, bazı durumlarda ise Sol'un, Re'nin, La'nın hatta Mi'nin selenleri olduklarını görüyoruz, gerçekten ilginç.

(Bir not: eğer telde titreşimi bulunsan bile, Do'nun frekansının 30. katından

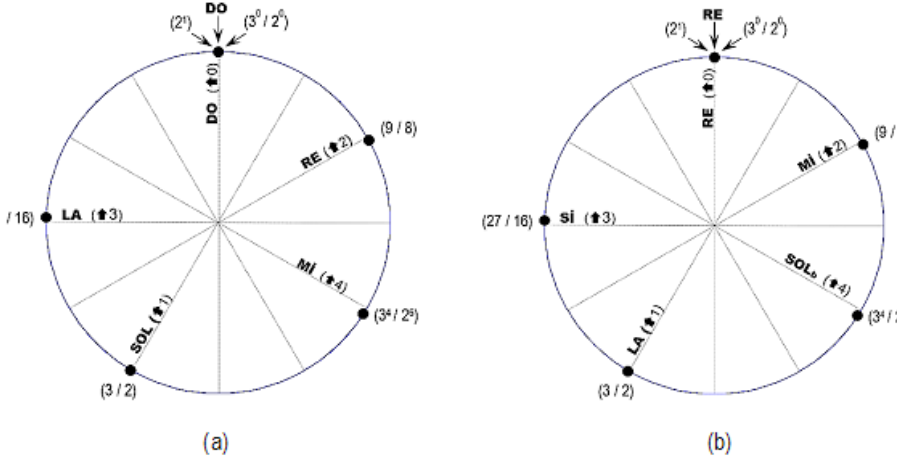
fazla olan doğuşkanların frekansının işitilemeyecek bölgelere ulaştığını görüyoruz. Bu yüzden Do'nun 81. doğuşkanı olan Mi sesini yok sayabiliriz.)

Dikkat ediniz, bu perdeler kendiliğinden tek seferde ve aynı anda oluştu. Burada bizim herhangi bir etkimiz olmadı. Bu perdeler resmen birbiriyle akrabalar adeta!

Tespitlerimiz: 1) Sadece Do sesinin çıktığını düşündüğümüz tek bir telin titreşiminde saklı kalmış birçok doğuşkanın (*Doğuşkan*: frekansı, Do sesinin frekansının tam katlarına sahip diğer sesler) bulunduğunu gördük. 2) Bu doğuşkanlar arasında Do frekansının 1, 2, 4, 8 ... katlarına sahip olan ve aralarındaki frekans oranının hep iki olduğu selenleri bulduk (*Selen*: aralarında birer oktav bulunan ve ardışık ses frekansları arasındaki frekans oranının hep 2 ile belirlenebildiği sesler grubu). 3) Do'nun doğuşkanları arasında bulunan ve selesi olmayan saklı diğer sesler incelendiğinde, Sol, Re, La ve Mi'nin selenlerinin saklı kalmış olduğunu gördük, şaşırdık!. (Tablo 1(a)) 4) İlave olarak bu ayki yazımızda, Do akortlu Re teli yerine kemençemin bu sefer kendi doğru sesiyle dinlediğimizde Tablo 1(b)'deki perdelerle karşılaşıyoruz.

Tablo 1(a)'daki 81. doğuşkanın Mi olduğunu görüyoruz. Ancak frekansının işitme sınırı olarak kabul ettiğim 16 KHz'den çok daha tiz olan 42.2 KHz olduğundan, siyah çerçeve ile belirlediğim grupta yer almıyor. Benzer şekilde Tablo 1(b)'de en sağ sütundaki Sol bemol de işitilebilecek bir ses olmadığından dahil etmiyoruz.

Do sesli Re ile Re sesli Re tellerimizdeki akraba doğuşkanları geçen aydaki gibi perdelerle ait oran değerlerini belirlemek şeklinde Oktav Çemberi üzerinde karşılaştırmalı olarak inceleyebiliriz (Bu arada, geçen ay sehven yapmış olduğum hatamı da özür dileyerek burada düzeltme imkanım olacak). Şekil 1(a)'ya ve Tablo 1(a)'ya birlikte dikkat ederseniz, Do'nun 3. doğuşkanı olan Sol perdesini, değeri (3/2) olduğundan logaritmik adımlarla bir turu tamamlayan *Oktav Çemberi*'nde 7. dilimde görüyoruz. Hatırlarsanız Oktav Çemberi'ni, herhangi bir perdeden



Şekil 1. Kemançemin tek bir telinde kendiliğinden ortaya çıkan doğuşkanlar ve bu doğuşkanların arasında saklı kalmış diğer perdelerin selenleri. (a) Geçen ay incelediğimiz en ince Re teli (Do akortlu). (b) Bu ay incelemekte olduğumuz aynı tel (Re akortlu).

ve onun bir üst oktavı olan frekansının tam olarak 2 katına ulaştığı aralığı logaritmik adımlarla çemberin tek bir turuna sarmakla elde ediyorduk. Yani, kısaca oktav çemberinin bir turu olarak bir oktavdır. Eğer bu sefer Do'nun 9 katına, yani 3 üzeri 2 katına ulaştığımızda (9/8) oranı ile Re perdesine ulaşıyoruz. Benzeri şekilde sırasıyla, 27. Doğuşkanda (27/16) oranıyla La ve 81. Doğuşkanda Mi perdesine ulaşıyoruz.

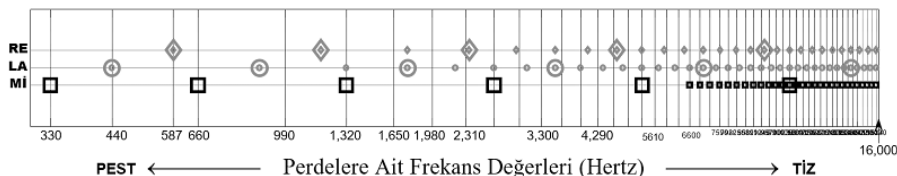
Şimdi aynı oyunu, akortu düzeltilmiş Re için tekrarlayabiliriz. Oyun aynı sadece başlama perdesi farklı olacağından bu sefer gözlediğimiz perdeler de değişecek ve karşımıza; Mi, Sol bemol, La ve Si perdeleri çıkacak. Başta çok karışık gibi gelse de oyunu oynamaya başladığınızda, bisiklete binmek gibi bir şey!

Bir önceki yazımızda tek bir telin yeterli olmadığını görmüş, nerede acaba bu diğer perdeler diye sormuştuk. Haydi bakalım, sorumuza dönelim ve bu yazımızda biraz daha ilerleyelim isterseniz.

Yan yana iki telde bakışan rengarenk kuşlar:

Tarihten gelen bu sorumuz var ki başta çok basit gibi görünüyor; "zamanla alıştırarak sıkıcı bulmuş olabileceğimiz tek bir teldeki doğuşkanlar yeterli değilse, farklı ancak uyumlu başka doğuşkanları yaratılabilmek için ne yapmalıyız?" Soru bence çok zor ve çözümünün kuramsal olarak öngörülebilmesinin çok öncesinde, ilk defa deneysel müzisyenlerin 'kulak beğenisi' yöntemiyle uygun gerginlikteki ilave tel kullanarak yol aldıklarını tahmin edebiliriz.

Haydi o zaman biz de ikinci teli yanına ekleyiverelim olsun bitsin demeyin, öyle kolay zannedilmesin bu ikinci tel. Öyle bir gerginlikte olacak ki mevcut doğuşkanları rahatsız etmeyecek, ayrıca uyumlu olan doğuşkanlar ile katkı sağlayacak. Bu zor soruya bir elin parmakları kadar çözüm anca çıkıyor. En ufak bir hatamızda ortalığa çok rahatsız edici, uyumsuz sesleri çıkarma riskini göze al-



Şekil 2. Kemançemin her üç telinde bağımsız olarak (tek başlarına) kendiliğinden ortaya çıkan doğuşkanlar ve bu doğuşkanların arasında saklı kalmış diğer perdelerin selenleri. (■) En kalın Mi teli, (●) orta tel Re ve (◆) en ince tel olan Re üzerinde ortaya çıkan doğuşkanlar.

mamız gerekiyor. İkinci telin uzunluğu ve gerginliği nasıl ayarlanmalı ki birinci tele uyum sağlasın? Zor ama müziğin temelini oluşturan şaheser bir soru bence. Sarı İmparator'un Çin'inde buna benzer sorular soruldu mu? Ramamatya'nın Hintlileri, Batlamyus'un Mısırlıları, Orta Asya'nın Türkleri, İranlılar ve daha birçokları bu soruyla hangi koşullar altında karşılaştılar acaba? Kindi, Munacim, Gürgenli Mesihî, Farabi ve Safiyüddin'in geliştirdikleri yeni tel ayarları bu tür soruları mı cevaplıyordu acaba? [1]

Acele etmeden önümüzdeki en yakın soruya yönelelim isterseniz. Bu ayki yazımızın sorusu, eğer Mayıs ayında keşfettiğimiz gibi tek bir teldeki doğuşkanların çeşitliliği müzikte yer alan perdeler için yeterli değil ise en doğru şekilde ikinci teli işe nasıl katmalıyız? En uygun yöntem nedir ve bugün kullanılmakta tel ayarlarının (akort) arkasında hangi doğa kuralları saklıdır? Haydi katılın siz de aramıza!

Kalın Mi teli ile oyunumuzun en başına dönelim:

Karadeniz kemançesinin en ince Re teli ile başladığımız incelememizde, çok daha tizlere kadar uzanan doğuşkanları incelemiştik. Amacımız, mümkün olan en fazla doğuşkan ile aynı anda uğraşabilmek, tümünü etkileyecek şekilde müzikteki uyumu sağlayabilmek ise, o zaman bu incelememize kemanın en kalın teli olan Mi teli ile başlamamız gerektiğini anlıyoruz. Müzikte tüm diğer perdeleri etkileyenin en pest perde olmasının nedenini şimdi daha iyi anlıyoruz. Meğer bir müzik parçasındaki tüm perdeleri en pest perdeye göre ayarlamak gerekiyormuş. Bu yüzden adı *temel ses* olarak adlandırılmıştır.

Şimdi isterseniz oyunumuzun en başına giderek yeniden başlayalım isterseniz. Mi telinin doğuşkanları ve ortaya çıkan farklı perdeler için Tablo 2(a)'ye bakmanız yeterli, diğerlerinden çok daha fazla doğuşkan barındırıyor içinde.

No	Hertz	Mi	Si	FA ₄	DO ₅	SOL ₆
1	330	1				
2	659	2				
3	989		1			
4	1,319	3				
5	1,648					
6	1,978		2			
7	2,307					
8	2,637	4				
9	2,967			1		
10	3,296					
11	3,626					
12	3,956		3			
13	4,285					
14	4,615					
15	4,944					
16	5,274	5				
17	5,604					
18	5,933			2		
19	6,263					
20	6,593					
21	6,922					
22	7,252					
23	7,581					
24	7,911		4			
25	8,241					
26	8,570					
27	8,900				1	
28	9,230					
29	9,559					
30	9,889					
32	10,548	6				
36	11,867			3		
48	15,822		5			
54	17,800				2	
64	21,096	7				
72	23,733			4		
81	26,700					1
96	31,644		6			
108	35,600				3	
128	42,192	8				
146	48,126			5		
192	63,288		7			
200	65,926					

(a)

No	Hertz	LA	Mi	Si	FA ₄	DO ₅
1	440	1				
2	880	2				
3	1,320		1			
4	1,760	3				
5	2,200					
6	2,640		2			
7	3,080					
8	3,520	4				
9	3,960			1		
10	4,400					
11	4,840					
12	5,280		3			
13	5,720					
14	6,160					
15	6,600					
16	7,040	5				
17	7,480					
18	7,920			2		
19	8,360					
20	8,800					
21	9,240					
22	9,680					
23	10,120					
24	10,560		4			
25	11,000					
26	11,440					
27	11,880				1	
28	12,320					
29	12,760					
30	13,200					
31	13,640					
32	14,080	6				
33	14,520					
34	14,960					
35	15,400					
36	15,840			3		
48	21,120		5			
54	23,760				2	
64	28,160	7				
72	31,680			4		
81	35,640					1
96	42,240		6			
108	47,520				3	
128	56,320	8				
146	64,240			5		
192	84,480		7			
200	88,000					

(b)

Tablo 2. Kemençemin tek bir telinde kendiliğinden ortaya çıkan doğuşkanlar ve bu doğuşkanların arasında saklı kalmış diğer perdelerinin selenleri. Bu ay incelemeye başladığımız; (a) en kalın Mi teli. (b) orta tel olan La teli.

Mi telinin yanına gelsin bir La ve Re teli:

Karadeniz kemençesinin kalın Mi telinin hemen altındaki orta tel La telidir, neden mi? Bakalım niye. Bu örneği inceleyerek yapmış olduğumuz gözlemlerden eğer bir kural bulur da üçüncü teli tahmin edebilirsek bu yazımızdaki keşiflerimizden birini daha elde etmiş olacağız. Ama yazımızın sonuna vardığımız bu noktada

hemen cevabı bulmak zor olacak. Her bir telde ayrı ayrı ortaya çıkan doğuşkanların birbirleriyle ilgisini henüz anlayamadık. Ancak, hepsini bir şekilde yan yana dizilmiş şekilde görebilirsek belki ilerideki yazılarımızda da kullanabileceğimiz fayda sağlayabiliriz.

Haydi o zaman son şeklimiz olan Şekil 2'ye bakalım isterseniz. Kemençenin üç telinin üzerindeki doğuşkanları yatay eksen olan frekans cinsinden görmek-

tesiniz. En alttaki Mi telinin en solunda 330 Hertz ile en pest sesi görmekteyiz. Mi'nin doğuşkanlarının frekansı 2, 3 4, .. gibi tam katları ile artmakta olduğunu ve bunun orta Re teli olan 440 Hertz ve en ince Re teli için 587 Hertz için aynen tekrarladığını görüyoruz. Ne ilginçtir ki tellerde oluşan doğuşkanların kendi aralarında uyumlu olduğu, yani tüm doğuşkanların önemli bir kısmının tam olarak örtüştüğü görülüyor. Örtüşünce daha mı uyumlu olur henüz bilmiyoruz, ama hemen beynimizin çok karışık bileşenlerin örtüşerek işlemesi kolay hale geldiğini tahmin edebiliriz (Bu yasa bana ait değil. Benden 140 yıl önce bunu Hermann L. F. Helmholtz çokdan ifade etmiş [2]. Helmholtz'un diğer kitabını da okumanızı tavsiye ederim [3].)

Bu noktada durup bir de piyanonun tek bir teline bakıp sizi şaşırtmak isterdim. Ama ne yazık ki bu yazımızın da sonuna geldik. Bu incelemelerimizde ne kadar ileri gidersek soru sayısının bir o kadar daha artacağı hissine kapılıyorsanız, gelin yanıma. İlerlediğimiz zannettiğim her adımda bunu aynen hissettim.

Düşünün bir kere, müzikte bu perdeler nereden çıktı, niye oradalar diye siz de sormuş olabilirsiniz. O zaman hazırız, büyük bir cesaret ile soralım artık; Can alıcı sorumuz, müzikte yer alan perdelerin yerlerini kim belirler? Süper bir soru bu abartmıyorum. Bir sonraki yazıma gelmeden önce [4]'teki eski yazılarımızı okumanızı tavsiye ederim, işimiz hakikaten zor ama bir o kadar da heyecanlı, düşünsenize bir kere, konumuz müziğin arkasında yatan sihirli sayılar!

Yakın gelecekte yeni sorularla karşılaşmak üzere, şimdilik kalın sağlıcakla, hayatınız müzikle dolsun.

Kaynakça

- [1] C. Forster, 'Musical Mathematics. On the art and science of acoustic instruments,' Chronicle Books, San Francisco, 2010.
- [2] Hermann L. F. Helmholtz, 'On the Sensations of Tone', Dover Publications, New York, 1954, (ilk baskı (Almanca): 1877).
- [3] Hermann L. F. Helmholtz, 'Popular Lectures on Scientific Subjects,' Longmans, Green and Co., Londra, 1908.
- [4] www.muziginmatematigi.blogspot.com

* Yönetim Kurulu Üyesi, Savunma Mühendislik Ar-Ge Teknoloji (SMART) Sanayi ve Tic. A.Ş., Ankara.