

エンハルモニウムに適用された音律

—田中正平の「純正調」を読み解く—*

篠原 盛慶

【要 旨】 1889 年、物理学者の田中正平 (1862-1945) は、唸りの少ない協和性を追求し、エンハルモニウムの名で知られる 1 台の画期的なリードオルガンを製作した。この楽器は、「純正調オルガン」とであると広く認識されている。しかし、田中とともに、当時の日本の音律研究を牽引した音響学者の田辺尚雄 (1883-1984) は、主著『音楽音響学』(1951) のなかで、エンハルモニウムに 53 平均律が用いられたことを示唆している。田辺は、同書でその根拠を示していないため、本当にそうであったかどうかについては、詳細な検証が必要となる。本論では、その検証と考察を行った。

その結果、田中の音律理論を集約した格子図に、彼の理論の基礎に 53 平均律が据えられていた可能性が確認された。また、田中の純正 7 度の代用音程の捉え方に、エンハルモニウムに 53 平均律が適用された可能性が認められた。さらに、エンハルモニウムの最大の独自性である移調装置に、同楽器に純正律が施されていない証拠を見つけることができた。以上から、田中正平のいわゆる「純正調オルガン」、すなわちエンハルモニウムは、実は 53 平均律を適用した楽器であったと結論づけることができる。

キーワード：田中正平、エンハルモニウム、53 平均律

序論

本論の目的は、物理学者の田中正平 (1862-1945) が製作した、一般的に「純正調オルガン」として知られているエンハルモニウムに適用された音律が、純正律ではなく、53 平均律であったことを論証することにある。第二次大戦後、エンハルモニウムの行方は分からなくなっており、また、田中が日本に帰国する際に持ち帰ったエンハルモニウムの小型のものも (伊藤 1968, 104)、大戦末期に焼失したという (伊藤 1968, 111)。このため、楽器そのものを検証することはできない。したがって、本論での議論は、田中本人や、音響学者の田辺尚雄 (1883-1984) らの記述、および、田中の音律理論からの推察に留まるが、資料を綿密に読み込むことによって、エンハルモニウムの音律に関する新たな見解を導くことは可能であると思われる。

1884 年、田中は文部省代表としてドイツへと渡り、ベルリン大学 (現フンボルト大学) の物理学者ヘルマン・フォン・ヘルムホルツ Hermann von Helmholtz (1821-1894) の指導のもとで、音響学と電磁気学の研究を行った。1889 年、田中は、唸りの少ない協和性を追求し、エンハルモニウムの名で知られる 1 台の画期的なリードオルガ

ンを製作した。また、翌 1890 年には、この製作研究に関連した論文『純正調の領域の研究 *Studien im Gebiet der reinen Stimmung*』を発表した。

田中は、エンハルモニウムを「純正調オルガン」と呼んだ。そのため、一般的に、エンハルモニウムには純正律が適用されたと広く認識されている。また、殆どの専門文献で、エンハルモニウムには純正律が施されたと記されている。アメリカの音楽学者、ジェームス・マレー・バーバー James Murray Barbour (1897-1970) の主著『チューニングとテンペラメント *Tuning and Temperament*』(1951) などは、この例である (Barbour 1951, 113)。

しかし、田中とともに、当時の日本の音律研究を牽引した田辺は、主著『音楽音響学』(1951) のなかで、エンハルモニウムについて、「俗に純正調オルガンと呼んでいるが、正しい純正調ではなく、純正調に極めて近い一種の清音オルガンである」(田辺 1951, 210)と記している。また、同書では、エンハルモニウムから奏出される音高について、「(但しスキスマ¹⁾及びクライスマ²⁾を 0 と置いた所の平均律を用いる)」(田辺 1951, 211-212)と注書きされている。

* Understanding the “just intonation” tuning used by Shohei Tanaka on his Enharmonium by SHINOHARA, Moriyoshi
作曲 (九州大学大学院芸術工学府博士課程)
問合せ先：篠原 盛慶 〒 822-0021 福岡県直方市新知町 7-10 E-mail: morishinohara@hotmail.com
(2013 年 5 月 31 日受付 2013 年 9 月 30 日採録決定)

この「スキスマ及びクライスマを 0 と置いた所の平均律」とは、53 平均律のことを指していると考えられる。田辺の言い回しである「0 と置いた」とは、微小な音程が省略されたことを意味する（田辺 1951, 186-189）。例えば、田辺の著書『音楽原論 I』（1933）では、53 平均律が「スキスマ及びクライスマを省略して作った平均律」（田辺 1933, 57）と言い表されている。なお、今日の音律研究の分野においても、53 平均律は、スキスマとクライスマを解消 (temper out) した平均律、のように言い表される。

本論では、エンハルモニウムに適用された音律が本当に 53 平均律であったのかどうか、その検証と考察を行う。本論の構成は以下の通りである。ラティス³⁾についてという項目では、音律研究の分野において、音律理論を体系的に説明する際によく用いられる格子図について解説する。第 1 章では、田中が『純正調の領域の研究』のなかで論じた、無限に広がる純正音程から、その代用物として捉えられる 53 個の純正音程を割り出す方法を概説する。その上で、田中の音律理論を集約した格子図について

考察し、彼の理論の基礎に 53 平均律が据えられていた可能性を指摘する。第 2 章では、エンハルモニウムの鍵盤から奏出される 26 音について考察し、エンハルモニウムに 53 平均律が適用された可能性を指摘する。また、エンハルモニウムの最大の独自性である移調装置について考察し、エンハルモニウムに純正律が施されていないと推察できることを示す。以上を通じて、エンハルモニウムに適用された音律が 53 平均律であったと結論づける。

ラティスについて

ここでは、田中の音律理論を論じる前に、音律研究の分野において、音律理論を体系的に説明する際によく用いられる、ラティス（田中の呼称では純正音係網）と呼ばれる格子図 (Forster 2010, 454-457) について解説する。こうした格子図を用いることによって、音程相互の関係性を体系的にまた、視覚的により分かりやすい形で示すことができるのである。本論では、このラティスによって、田中の音律理論の解明を試みる。

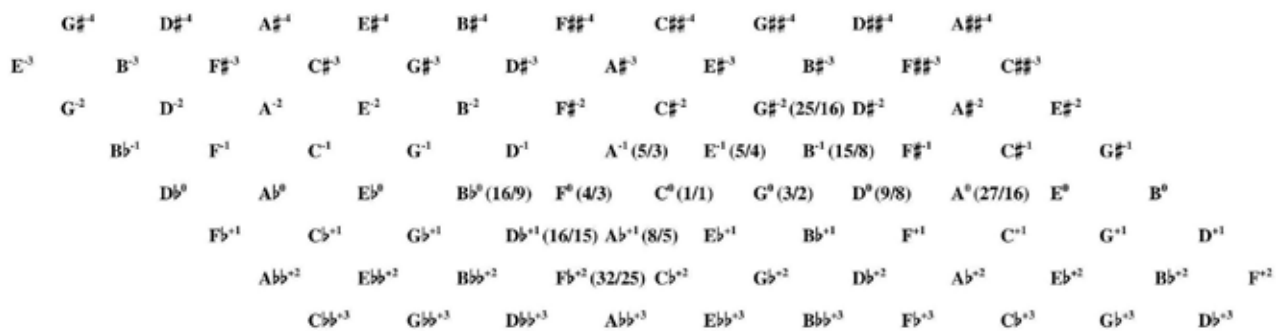


図 1. ラティス

図 1 は、筆者が書いたラティスである。図 1 では、純正 5 度 (3:2)⁴⁾ の連続体と純正 3 度 (5:4) の連続体が格子状に示されている。例えば、基音である C⁰ (整数比では 1/1) の純正 5 度上は G⁰ (3/2) であり、更にこの純正 5 度上は D⁰ (9/8、すなわち 3/2 × 3/2 × 1/2)⁵⁾ である。また、C⁰ の純正 3 度上は E⁻¹ (5/4) であり、更にこの純正 3 度上は G^{#-2} (25/16、すなわち 5/4 × 5/4) である。加えて、G⁰ の純正 3 度上は B⁻¹ (15/8、すなわち 3/2 × 5/4) であり、E⁻¹ の純正 5 度上も B⁻¹ (15/8、すなわち 5/4 × 3/2) である。

反対に、C⁰ の純正 5 度下は F⁰ (4/3) であり、更にこの純正 5 度下は B^{b0} (16/9、すなわち 4/3 × 4/3) である。また、C⁰ の純正 3 度下は A^{b+1} (8/5) であり、更にこの純正 3 度下は F^{b+2} (32/25、すなわち 8/5 × 8/5 × 1/2) である。加えて、F⁰ の純正 3 度下は D^{b+1} (16/15、すなわち 4/3 × 8/5 × 1/2) であり、A^{b+1} の純正 5 度下も D^{b+1} (16/15、すなわち 8/5 × 4/3 × 1/2) である。

なお、純正 5 度と純正 3 度は、限りなく積み上げていくことができる。そのため、図 1 には、その無限に広がる

純正音程、すなわち、純正 5 度と純正 3 度からなる純正律の一部の領域が示されている。

この表記法では、マイナスあるいはプラスの指数が、81:80 (約 21.506 セント) の微小な音程であるシントニック・コンマ⁶⁾の増減を表す。例えば、マイナス 1 の指数はシントニック・コンマ一つ分の下降、すなわち 80/81 倍を意味しており、プラス 1 の指数はシントニック・コンマ一つ分の上昇、すなわち 81/80 倍を意味している。つまり、ピタゴラス音律上に形成される、同じ音名の音高との差を示している。例えば、F⁰ から見て、ピタゴラスの長 3 度上 (× 81/64) に位置する A⁰ (27/16、すなわち 4/3 × 81/64) と、ブトレマイオスの長 3 度 (純正 3 度) 上 (× 5/4) に位置する A⁻¹ (5/3、すなわち 4/3 × 5/4) では、A⁻¹ の方がシントニック・コンマ一つ分、A⁰ よりも低くなる (すなわち 27/16 × 80/81 = 5/3)。

なお、この表記法は、ドイツの音楽教師カール・アイツ Carl Eitz (1848-1924) が論文『数学的に純正なる音の体系 *Das mathematisch-reine Tonsystem*』(1891) で提案したも

のだが、実際の田中の表記法とは異なる。アイツの表記法における指数が、田中の表記法においては、上線下線によって示される⁷⁾。

1. 田中正平の音律理論

1.1 無限に広がる純正音程の代用物—53 個の純正音程—

本節では、田中が『純正調の領域の研究』のなかで論じた、無限に広がる純正音程から、その代用物として捉えられる 53 個の純正音程を割り出す方法を概説する。

図2では、例えばE $\flat\flat+2$ (256/225) がD $^{+1}$ (729/640) と近似しており、その差異はスキスマの32805:32768で、約1.954セントである。こうした極めて微小な音程を聴き分けることは容易ではないため、E $\flat\flat+2$ とD $^{+1}$ を同音と見なす。また、E $\flat\flat+2$ はD $\sharp^{-4}$ (2500/2187)とも近似しており、その差異はクライスマの15625:15552で、約8.107セントである。これも同様に極めて微小な音程であり、聴覚上の識別が容易ではないため、E $\flat\flat+2$ とD $\sharp^{-4}$ についても同音と見なす。なお、図2では、E $\flat\flat+2$ とD $^{+1}$ とD $\sharp^{-4}$ を網かけで記している。

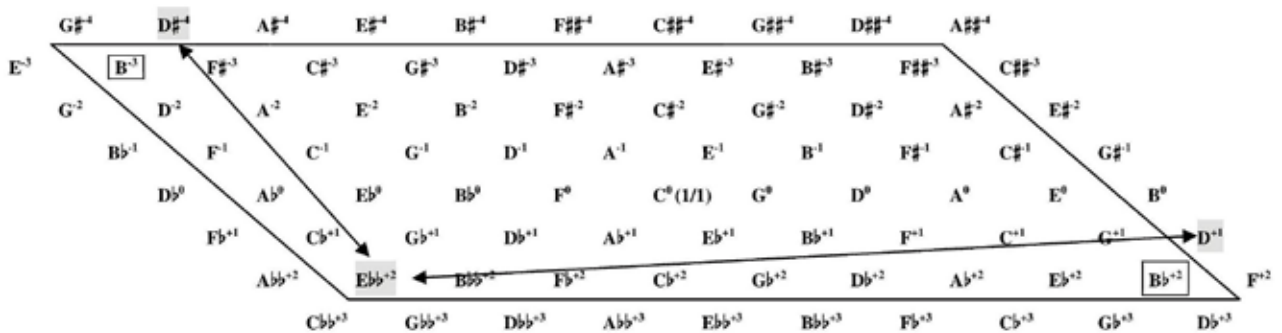


図2. スキスマとクライスマ

図2では、同音と見なされる2音のいずれかの1音だけを含むように平行四辺形が描かれている。そのため、 E_{bb}^{+2} と D^{+1} については、 D^{+1} が平行四辺形から除かれ、 E_{bb}^{+2} と $D\sharp^{-4}$ については、 $D\sharp^{-4}$ が除かれている。その結果、この平行四辺形内には54個の純正音程が残る。

これらの 54 個の純正音程を音階順に並べると、いずれの純正音程も約 25 セント程度の等間隔で並ぶ。具体的には、81:80 の約 21.506 セント、20000:19683 の約 27.660 セント、2048:2025 の約 19.553 セント、3125:3072 の約 29.614 セントのいずれかである。しか

し、平行四辺形内の右下隅に見られる $B\flat^{+2}$ (729/400) と、左上隅に見られる B^3 (4000/2187) の間だけが、1600000:1594323 ($4000/2187 \times 400/729$) の約 6.154 セントと異常に狭い。そこで、この 2 音も同音と見なし、ここでは B^3 を除く。なお、図 2 では、 $B\flat^{+2}$ と B^3 を四角で囲っている。このようにして、無限に広がる純正音程から、最終的に 53 個の純正音程が引き出される (図 3)。田中の音律理論では、この 53 個の純正音程が、無限に広がる純正音程の代用物として捉えられる (Tanaka 1890, 8-10)。

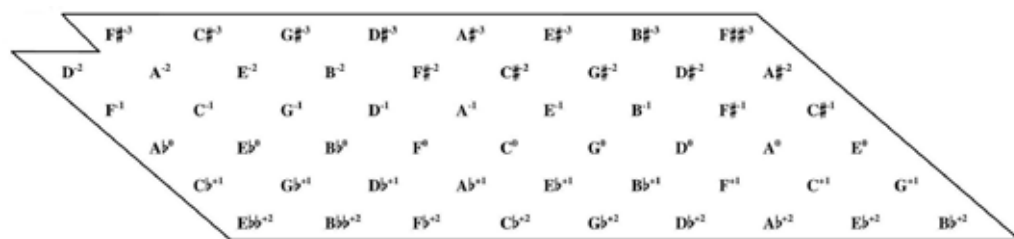


図 3. 53 個の純正音程

ここまでの概説は、『純正調の領域の研究』で論じられたものであるが (Tanaka 1890, 8-10)、同論文では、先の 53 個の純正音程を割り出す方法について説いた後、53 平均律の解説へと移る。そして、この 53 個の純正音程と 53 平均律の高い近似性が強調される (Tanaka 1890, 18)。確かに、この 53 個の純正音程と 53 平均律の誤差は、最小では 0.068 セントであり、最大でも 4.292 セントであ

る(付録)。しかし、これらの音律が限りなく近似しているということだけが、田中が53平均律を解説した理由とは考えられない。

次節では、『純正調の領域の研究』に掲載された、田中の音律理論を集約したラティスについて考察し、彼の理論の基礎に 53 平均律が据えられていた可能性を指摘する。

1.2 スキスマやクライスマの単位による音階の移行

—極端な転調—

図4は、『純正調の領域の研究』に掲載されたラティスの再現図である。ここでは、中心の平行四辺形の外も同じように平行四辺形で分けられている。これらの分けられている平行四辺形は、スキスマまたはクライスマによって関係づけられている。

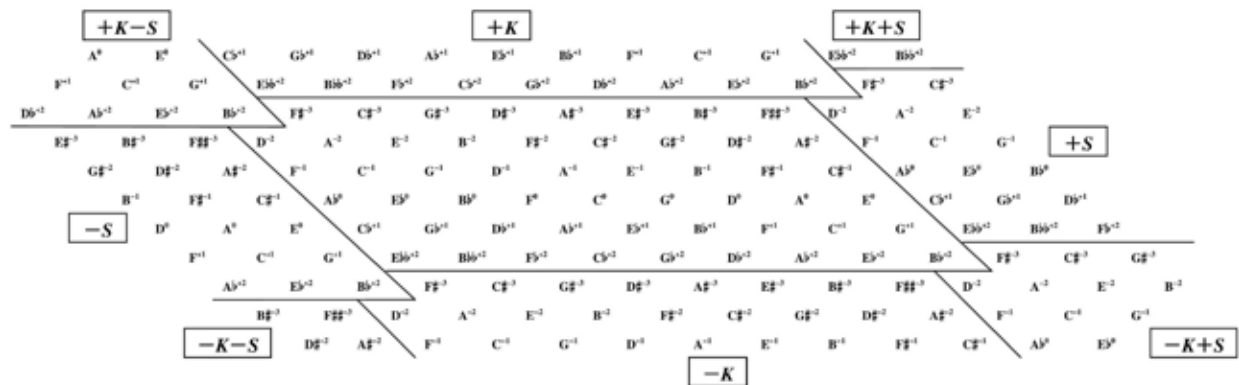


図4. ラティスの再現図 (Tanaka 1890, 13)

中心の平行四辺形とその他の全ての平行四辺形は、相対的に同一な音高配列を持っている。そのため、田中は中心の平行四辺形内に見られる音階を、一つ以上のスキスマあるいはクライスマの単位で、他の平行四辺形内へと移行できることを指摘している (Tanaka 1890, 12)。そして、この種の移行を「極端な転調 äussersten Modulation “extreme modulation”」 (Tanaka 1890, 12; Tanaka 1995, 122) と表現している。

しかし、例えば、上下左右の平行四辺形内の同じ位置に音階を移行させると、移行させる前に用いられていた音高に対して、スキスマやクライスマの関係にある音高が現れてしまう。田中の音律理論において定義された純正律では、スキスマやクライスマの関係にある二つの音を使い分けることはできない。

そこで、この矛盾を解決するために、中心の平行四辺形に集約された53個の純正音程を均質な音程へと変換すること、すなわち53平均律化という方法が採用された可能性が考えられる。なぜなら、この平均律化によって、スキスマとクライスマは解消され、田中の言うところの「極端な転調」と同等の効果を、中心の平行四辺形内の53個の均質な音程だけで得ることが可能となるからである。そして、この平均律化によって引き出される音律こそが、田辺の言うところの「スキスマ及びクライスマを0と置いた所の平均律」 (田辺 1951, 211-212) だと考えられる。

本章では、田中の音律理論において、無限に広がる純正音程の代用物として捉えられる53個の純正音程を割り出す方法を概説した。さらに、田中が自身の音律理論の基礎に53平均律を据えていた可能性を指摘した。次章では、エンハルモニウムの鍵盤から奏出される26音を考察し、

例えば、中心の平行四辺形の左上に位置する平行四辺形には「+K-S」と記されており、これは、この平行四辺形が、中心の平行四辺形から一つのクライスマ高い位置かつ一つのスキスマ低い位置、すなわち1600000:1594323 (15625/15552 × 32768/32805) 上の位置にあることを示している。

エンハルモニウムに53平均律が適用された可能性を指摘する。また、エンハルモニウムの最大の独自性である移調装置を考察し、エンハルモニウムに純正律が施されていないと推察できることを示す。

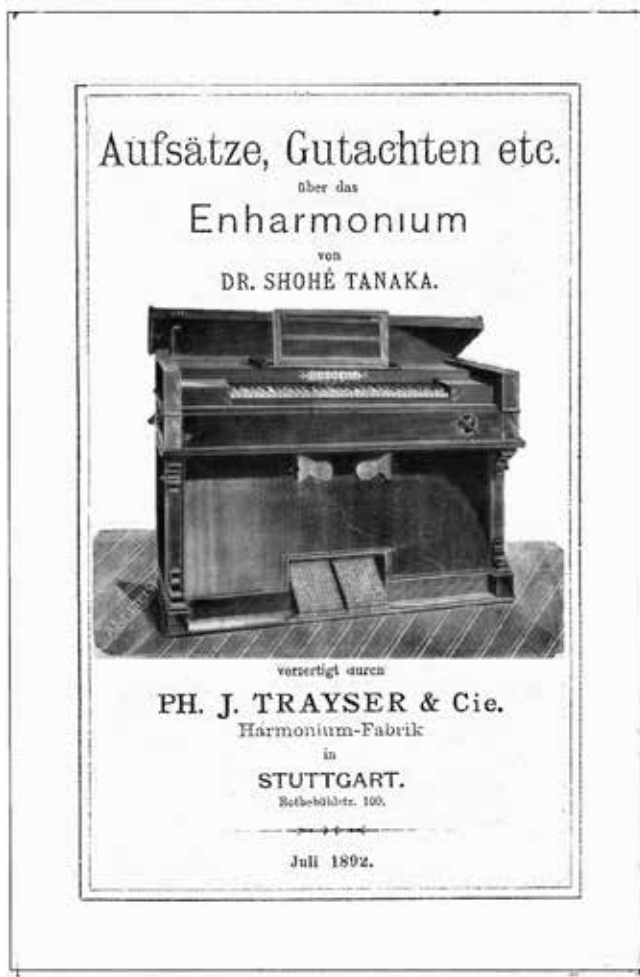
2. エンハルモニウム

2.1 エンハルモニウムの歴史

ここでは、上記の考察を始める前に、エンハルモニウムにまつわる経緯を振り返る。1889年、田中は、ドイツのフィリップ・イー・トライザー社に依頼し、強く協和する音程の奏出が可能な、1台の画期的なリードオルガンを製作した (伊藤 1968, 57) (図5)⁸⁾。初代常任指揮者として、当時のベルリン・フィルハーモニー管弦楽団を率いていたハンス・フォン・ビューロー Hans von Bülow (1830-1894) は、この楽器をエンハルモニウムと命名した。

1890年、田中は、エンハルモニウムの響きに感銘を受けた第3代ドイツ皇帝ヴィルヘルム2世 Wilhelm II. (1859-1941) から、「純正調パイプオルガン」の製作を命じられた。この楽器は1892年に完成し、ベルリン国立高等学校の講堂に据えつけられたが、第一次世界大戦によって焼失した。その後、この楽器を手掛けたドイツのエー・エフ・ワルカー社が、その小型のものを製作した。この楽器は、ミュンヘンの科学博物館に陳列してあったが、これもまた、第二次世界大戦により焼失した (伊藤 1968, 103)。

1899年、日本に帰国した田中は、その際、エンハルモニウムの小型のものを持ち帰った (伊藤 1968, 104)。しかし、当時の日本の音楽界や学術会は、これを正当に評価する能力に欠けていた (伊藤 1968, 59)。そのため、田中


図5. エンハルモニウム (田村 2012, 5) ⁹⁾

の後輩で物理学者の田丸卓郎 (1872-1932) は、そのエンハルモニウムを田中より借り受け、長い間、東京帝国大学理学部物理学研究室に保管した (伊藤 1968, 104)。これにより、田中の純正調研究は一時中断した (伊藤 1968, 103)。

一方、明治の終わり頃から大正初期にかけての日本において、田中に代わって純正調の研究に着手したのが田辺であった。田辺は、純正律の問題について、著述や講義などを通じて詳細に述べた。また、田辺は、田中の功績を称えることにも労を惜しまなかった。その結果、大正の終わり頃から昭和の初めにかけて、ようやく純正律の問題に取り組む音楽家が徐々に現れるようになった (伊藤 1968, 104)。

1930 年、ヨーロッパやアメリカにおいて、純正調の研究が大きく発展していないことを知った田中は、東京帝国大学に貸与してあった小型のエンハルモニウムを修理し、純正調の研究を再開した (伊藤 1968, 104)。これを機に、1932 年以降 (伊藤 1968, 61)、日本楽器製造株式会社 (現在のヤマハ株式会社) の横浜工場において (伊藤 1968, 99)、6 台の「純正調オルガン」と 3 台の「純正オルガネット」が製作された (伊藤 1968, 68)。その後、そのエンハルモ

ニウムは海軍研究所に貸与され、第二次世界大戦の末期に焼失した (伊藤 1968, 111)。なお、本論では、ドイツに残っていたエンハルモニウムの消息については、確認することができなかった。

2.2 エンハルモニウムの鍵盤から奏出される 26 音

本節では、エンハルモニウムの鍵盤から奏出される 26 音を考察する。本節で考察する 26 音は、 C^0 を主音とした場合に奏出されるものである。図 6 は、田辺が描いたエンハルモニウムの鍵盤である ¹⁰⁾。エンハルモニウムには、1 オクターヴ内に 20 個の鍵が配置されており、これらの 7 個が大鍵 (全て白鍵)、13 個が小鍵 (4 個は白鍵、9 個は黒鍵) となっている。奥にある 6 個の黒鍵は、エンハルモニック転換 (異名異音の転換) ができるように作られているため、20 個の鍵で 26 音を奏出することが可能である (田辺 1951, 211)。

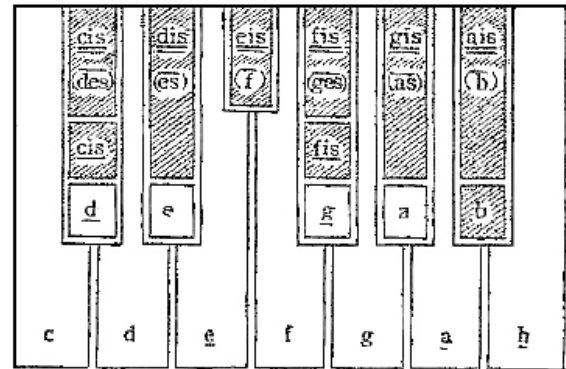


図6. エンハルモニウムの鍵盤 (田辺 1951, 211)

エンハルモニウムの鍵盤レイアウトは、音高が上昇音階順に配列されていないこともあり、一見すると複雑であるように思われる。実際には、この鍵盤レイアウトでは、 F^0 から $A\sharp^{-2}$ (あるいは $B\flat^{+1}$) までの鍵から奏出される音高が、 C^0 から $E\sharp^{-2}$ (あるいは F^{+1}) までの鍵から奏出される音高の完全 4 度上にあるように、論理的に配置されている。なぜなら、 C^0 から $E\sharp^{-2}$ (あるいは F^{+1}) までの鍵から奏出される各音高と、 F^0 から $A\sharp^{-2}$ (あるいは $B\flat^{+1}$) までの鍵から奏出される各音高は、ラティス上において隣り合わせであるためである。こうした鍵盤レイアウトは、エンハルモニウムの演奏と 26 個の音高の音程関係の理解に役立っていたと考えられる。

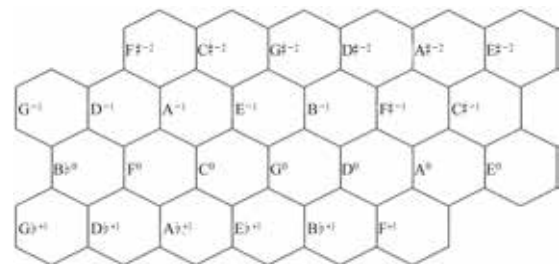


図7. 26 個の音高

図7は、図6に見られる26個の音高を、ラティス上に表したものである。なお、本節では、これまで使用してきたラティスとは外見が異なるラティスを使用するが、この理由は、ラティス上に表される音階や和音の形をより明確に示すためである。したがって、ラティス自体が持つ意味については、本節で使用するラティスもこれまで使用してきたラティスも同じである。

図6において、かつこ内に示された音高は、元の音高からエンハルモニック転換を通じて得られる。エンハルモニック転換を実現するのは、エンハルモニウムに備えられた膝板である。図7において、最上段に並んだ音高（左から順に $F\sharp^{-2}$, $C\sharp^{-2}$, $G\sharp^{-2}$, $D\sharp^{-2}$, $A\sharp^{-2}$, $E\sharp^{-2}$ ）と、最下段に並んだ音高（左から順に $G\flat^{+1}$, $D\flat^{+1}$, $A\flat^{+1}$, $E\flat^{+1}$, $B\flat^{+1}$, F^{+1} ）が、エンハルモニックの関係にあたる。

26個の音高から形成される長三和音と短三和音の数は、それぞれ16個である。これらの三和音のうちで根音のみを示すと、長三和音については、 D^{-1} , A^{-1} , E^{-1} , B^{-1} , $F\sharp^{-1}$, $B\flat^0$, F^0 , C^0 , G^0 , D^0 , A^0 , $G\flat^{+1}$, $D\flat^{+1}$, $A\flat^{+1}$, $E\flat^{+1}$, $B\flat^{+1}$ であり、短三和音については、 $F\sharp^{-2}$, $C\sharp^{-2}$, $G\sharp^{-2}$, $D\sharp^{-2}$, $A\sharp^{-2}$, G^{-1} , D^{-1} , A^{-1} , E^{-1} , B^{-1} , $F\sharp^{-1}$, $B\flat^0$, F^0 , C^0 , G^0 , D^0 である (Tanaka 1890, 27) (図7、図8、図9)。

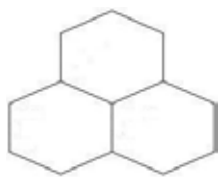


図8. 長三和音の配列



図9. 短三和音の配列

26個の音高から形成される長音階 (C^0 を主音とする長音階の例: C^0 , D^0 , E^{-1} , F^0 , G^0 , A^{-1} , B^{-1}) は10個であり、和声的短音階 (C^0 を主音とする和声的短音階の例: C^0 , D^0 , $E\flat^{+1}$, F^0 , G^0 , $A\flat^{+1}$, B^{-1}) は8個である。これらの音階のうちで主音のみを示すと、長音階については、 A^{-1} , E^{-1} , B^{-1} , F^0 , C^0 , G^0 , D^0 , $D\flat^{+1}$, $A\flat^{+1}$, $E\flat^{+1}$ であり、和声的短音階については、 D^{-1} , A^{-1} , E^{-1} , B^{-1} , F^0 , C^0 , G^0 , D^0 である (田辺 1933, 55) (図7、図10、図11)。

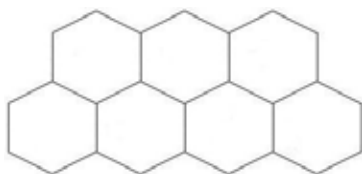


図10. 長音階の配列

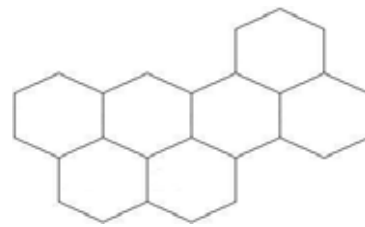


図11. 和声的短音階の配列

このことから、 C^0 の長音階を基調 (reference key) として、そこから転調できる調の領域を記すと、表1のようになる。なお、表1では、エンハルモニウムにおいて奏出可能な調を記したセルを網かけで示しており、大文字は長調を、小文字は短調を表している。

表1. C^0 の長調を基調とした場合に転調できる調の領域

$D\flat^{+1}$	$A\flat^{+1}$	$E\flat^{+1}$	$B\flat^{+1}$	F^{+1}	平行調
$b\flat^0$	f^0	c^0	g^0	d^0	同主調
$B\flat^0$	F^0	C^0	G^0	D^0	
g^{-1}	d^{-1}	a^{-1}	e^{-1}	b^{-1}	平行調
G^{-1}	D^{-1}	A^{-1}	E^{-1}	B^{-1}	同主調

26個の音高に含まれているにも関わらず、これらの調を形成する音階の構成音でないものが、1音だけある。すなわち、 $E\sharp^{-2}$ である。 $E\sharp^{-2}$ が採用された理由は、次のように考えられる。田中は、純正7度 (田中の呼称では自然七度)である7:4(約968.826セント)の代用音程として、225:128 (約976.537セント)を使用した (図12)。なぜなら、例えば225/128と7/4の差は、225:224 (約7.712セント)と非常に小さいからである (田中 1940, 122)。 $E\sharp^{-2}$ は、 G^0 と225:128の音程関係にある。このため、田中の音律理論では、 $E\sharp^{-2}$ が、 G^0 を根音とする7の和音の第7音の役割を持つ (田中 1940, 132-133) (図13)。

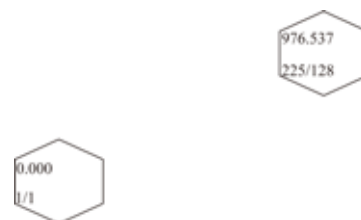
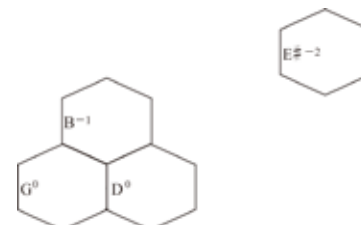


図12. 純正7度の代用音程

図13. G^0 を根音とする7の和音

田中が7:4の代用音程として225:128を使用した事実から、エンハルモニウムに53平均律が適用された可能性

が指摘される。以下で、この理由を述べる。

まず、田中が 53 平均律を理論化するにあたって参照したと考えられる、53 個の純正音程においては、純正 7 度の代用として 225:128 の音程が重要である。これは、53 平均律では、225:224（例えば 225/128 と 7/4 の差）が解消 (temper out) されるからである。このため、例えば、ピッチクラスの 43（約 973.585 セント）は、225/128（約 976.537 セント）に近似する（付録）。

次に、通常の長短音階に適用される純正律において、7:4 の代用音程として使用されるのは、第一に 16:9 であり、第二に 9:5 である (Doty 2002, 49)。16:9 と 9:5 を 7:4 の代用音程として、 G^0 を根音とする 7 の和音を表すと、16:9 の場合は $G^0-B^1-D^0-F^0$ であり、9:5 の場合は $G^0-B^1-D^0-F^{+1}$ である。

16:9 や 9:5 が 7:4 の代用音程として使用される理由は、純正律では、和音について考える際、主にその和音を構成する音高間の振動数比が考慮されるからである。例えば、 G^0 を 1/1 に設定して、7 の和音の構成音とその振動数比を表すと、16:9 の場合は 1/1-5/4-3/2-16/9 (36:45:54:64) であり、9:5 の場合は 1/1-5/4-3/2-9/5 (20:25:30:36) である。一方、225:128 の場合は 1/1-5/4-3/2-225/128 (128:160:192:225) という複雑な振動数比となる。したがって、エンハルモニウムに純正律が施されていたとしたら、少なくとも 16:9 か 9:5 のいずれかが、7:4 の代用音程として使用されていたはずである。

このように、田中の純正 7 度の代用音程の捉え方に、エンハルモニウムに 53 平均律が適用された可能性が認められる。次節では、エンハルモニウムの最大の独自性である移調装置を考察し、エンハルモニウムに純正律が施されていないと推察できることを示す。

2.3 エンハルモニウムの最大の独自性—移調装置—

前節で示したように、エンハルモニウムの鍵盤レイアウトは特異である。このことから分かるように、エンハルモニウムでは、調によっては、その演奏が困難となる。この困難を解決するため、エンハルモニウムには、移調を実現するハンドルが柵板の正面右側に取り付けられている（図 5）。このハンドルは、引くと鍵盤全体が少し持ち上がり、回転させると鍵盤全体が左右に移動するように作られている（田辺 1951, 211）。

これによって、主音の位置を 12 個全ての位置へと移動させることができ、各調において比較的容易な演奏が可能となる (Hipkins 1891, 770)。具体的には、鍵盤の後方中央に出た指針を、 $D^b, A^b, E^b, B^b, F, C, G, D, A, E, B, F^\sharp$ （アイツの表記法では、 $D^b^0, A^b^0, E^b^0, B^b^0, F^0, C^0, G^0, D^0, A^0, E^0, B^0, F^\sharp^0$ ）と記された音名表の文字の上に合わせる。この指針を参照し、主音の位置をこれらの位置に移すと、エンハルモニウムでは 36 音を奏出することができる（田辺 1951, 211）。その結果、極めて遠隔な関係にある調を除き、 C^0 を主音とした場合と同じ種類と数の和音や音階の奏出が可能となる (Pole 1891, 448)。

田中がエンハルモニウムについて記した唯一の論文『純正調の領域の研究』には、主音の位置を 12 個全ての位置へと移動させた場合に奏出される 36 音の音名は記されていない。しかし、 C^0 を主音とした場合に奏出される 26 音の音名と、主音の位置を 12 個全ての位置に移動させた場合に、7 個の主白鍵から奏出される長音階を構成する 84 (7×12) 音の音名は記されている（表 2）。これらのうち、異なる音名のは、全部で 41 個である。しかし、エンハルモニウムから奏出されるのは 36 音だけである（田辺 1951, 211）。厳密に言うと、エンハルモニウムには、36 個の音源しか備えられていない (Hipkins 1891, 770; 伊藤 1968, 60)。以下で、この矛盾の解明を試みる。

表 2. 12 個の長音階 (Tanaka 1890, 30)

In der Des Lage der Klaviatur die Tonfolge												<i>des, es, f, ges, as, b, c;</i>
-	-	<i>As</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<i>as, b, c, des, es, f, g;</i>
-	-	<i>Es</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<i>es, f, g, as, b, c, d;</i>
-	-	<i>B</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<i>b, c, d, es, f, g, a;</i>
-	-	<i>F</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<i>f, g, a, b, c, d, e;</i>
-	-	<i>C</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<i>c, d, e, f, g, a, h;</i>
-	-	<i>G</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<i>g, a, h, c, d, e, fis;</i>
-	-	<i>D</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<i>d, e, fis, g, a, h, cis;</i>
-	-	<i>A</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<i>a, h, cis, d, e, fis, gis;</i>
-	-	<i>E</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<i>e, fis, gis, a, h, cis, dis;</i>
-	-	<i>H</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<i>h, cis, dis, e, fis, gis, ais;</i>
-	-	<i>Fis</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<i>fis, gis, ais, h, cis, dis eis.</i>

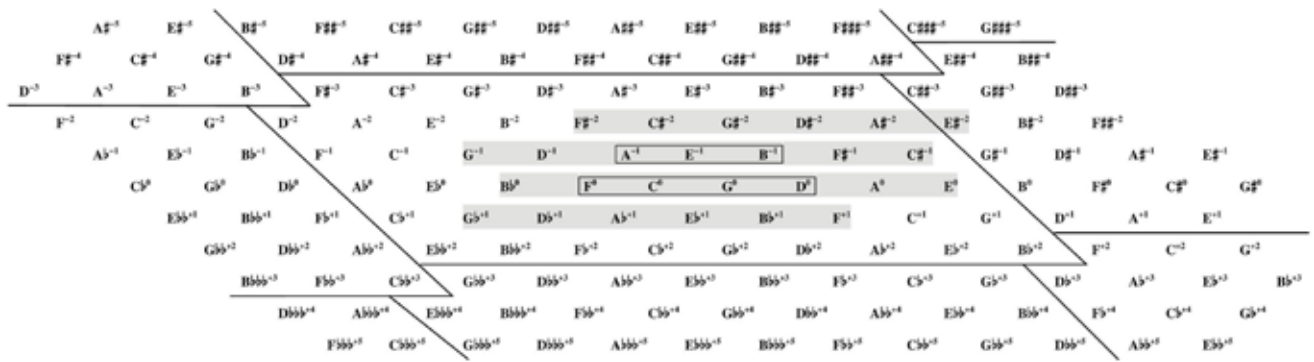
図 14. 26 音と C⁰ の長音階

図 14 は、ラティス上に、C⁰ を主音とした場合に奏出される 26 音を網かけで示し、C⁰ の長音階の構成音を四角で囲って示したものである。

最初に、エンハルモニウムに純正律が適用されたと仮定し、ラティス上において、C⁰ の長音階の構成音のみを、D^{b0}, A^{b0}, E^{b0}, B^{b0}, F⁰, C⁰, G⁰, D⁰, A⁰, E⁰, B⁰, F^{#0} の全ての位置に移動させる。すると、新たに 15 音が必要となること分かる。具体的には、C⁰ の長音階の位置を、F⁰ から D^{b0} までの左方向に移動させる間に、E^{b0}, A^{b0}, C⁻¹, D^{b0}, F⁻¹, G^{b0}, B^{b-1} の 7 音が必要となり、G⁰ から F^{#0} までの右方向に移動させる間に、B⁰, G^{#-1}, F^{#0}, D^{#-1}, C^{#0}, A^{#-1}, G^{#0}, E^{#-1} の 8 音が必要となる。元々の 26 音と合わせると、全部で 41 音が必要となる。これは、エンハルモニウムから奏出される 36 音よりも 5 音も多い。つまり、エンハルモニウムに純正律が適用されたとしたら、主音の位置を 12 個全ての位置に移して、長音階を奏出することは不可能であり、このことは、田中の記述と矛盾する。

次に、エンハルモニウムに 53 平均律が適用されたと仮定し、上と同様の操作を行う。すると、新たに必要となるのは 6 音だけであることが分かる。具体的には、C⁰ の長音階の位置を、F⁰ から D^{b0} まで移動させる間に、E^{b0}, A^{b0}, C⁻¹ の 3 音が必要となり、G⁰ から F^{#0} まで移動させる間に、B⁰, G^{#-1}, D^{#-1} の 3 音が必要となる。元々の 26 音と合わせても、全部で 32 音である。これは、エンハルモニウムから奏出される 36 音よりも少ない。

必要となる音の数が純正律の場合よりも少なくなる理由は、スキスマが解消されるからである。例えば、純正律において、長音階の主音の位置を F⁰ から D^{b0} まで移動させた際に必要となった 7 音 (E^{b0}, A^{b0}, C⁻¹, D^{b0}, F⁻¹, G^{b0}, B^{b-1}) のうちの D^{b0}, F⁻¹, G^{b0}, B^{b-1} の 4 音は、53 平均律においては存在しない。なぜなら、この 4 音 (D^{b0}, F⁻¹, G^{b0}, B^{b-1}) とスキスマの関係にある C^{#-1}, E^{#-2}, F^{#-1}, A^{#-2} の 4 音が等価となり、同音と見なされるからである。また、純正律において、長音階の主音の位置を G⁰ から F^{#0} まで移動させた際に必要となった 8 音 (B⁰, G^{#-1}, F^{#0},

D^{#-1}, C^{#0}, A^{#-1}, G^{#0}, E^{#-1}) のうちの F^{#0}, C^{#0}, A^{#-1}, G^{#0}, E^{#-1} の 5 音も等価となり、同音と見なされるからである。

このように、エンハルモニウムに 53 平均律が適用されたとしたら、32 音あれば、主音の位置を 12 個全ての位置に移して、長音階を奏出することが可能となる。また、実際のエンハルモニウムからは 36 音が奏出できたと言われているので (田辺 1951, 211)、この 32 音に 4 音を追加することによって、極めて遠隔な関係にある調を除き、C⁰ を主音とした場合と同じ種類と数の和音や音階の奏出が可能となったと推測される (Pole 1891, 448)。このように、53 平均律であれば、田中の記述とエンハルモニウムの楽器構造との間に矛盾が起こらない。

このことを踏まえ、エンハルモニウムに 53 平均律が適用されたと仮定し、エンハルモニウムから奏出される 36 音について推察する。具体的には、中心の平行四辺形内の 53 個の音のうちの、どの音が使用されたのかについて推察する。ここでは、ラティス上において、C⁰ を中心音とする 26 音全てを、D^{b0}, A^{b0}, E^{b0}, B^{b0}, F⁰, C⁰, G⁰, D⁰, A⁰, E⁰, B⁰, F^{#0} の 12 個の位置に移動させる。

表 3 と表 4 は、この結果を示したものである。これらの表では、新たに現れる音を記したセルを網かけで示している。また、括弧内の音名は、中心の平行四辺形内において言い換えられる音名を示している。なお、四角で囲った F⁻¹ は、中心の平行四辺形外の E^{#-2} と等価である。

具体的には、中心音を F⁰ から D^{b0} まで移動させる間に、B⁻², C⁻¹, E^{b0}, C^{b+1}, E⁻², A^{b0}, A⁻², D⁻², G⁻² (F^{#-3}) の 9 音が現れ、中心音を G⁰ から F^{#0} まで移動させる間に、B^{#-2} (C⁻¹), G^{#-1} (A^{b0}), B⁰ (C^{b+1}), C⁺¹, D^{#-1} (E^{b0}), G⁺¹, D⁺¹ (E^{b+2}), A⁺¹ (B^{b+2}), E⁺¹ (F^{b+2}), B⁺¹ (C^{b+2}) の 10 音が現れる。前者の 9 音に含まれる C⁻¹, E^{b0}, C^{b+1}, A^{b0} と、後者の 10 音に含まれる B^{#-2} (C⁻¹), D^{#-1} (E^{b0}), B⁰ (C^{b+1}), G^{#-1} (A^{b0}) は重複している。したがって、ここで新たに必要となるのは 15 音だけである。元々の 26 音と合わせると、全部で 41 音である。これは、エンハルモニウムから奏出される 36 音よりも 5 音だけ多い。

表 3. F^0 から $D\flat^0$ まで移動させる間に現れる 9 音

中心音	F^0	$B\flat^0$	$E\flat^0$	$A\flat^0$	$D\flat^0 (C\sharp^{-1})$
	B^{-2}	E^{-2}	A^{-2}	D^{-2}	$G^{-2} (F\sharp\sharp^{-3})$
	C^{-1}	F^{-1}	$B\flat^{-1} (A\sharp^{-2})$	$E\flat^{-1} (D\sharp^{-2})$	$A\flat^{-1} (G\sharp^{-2})$
	$E\flat^0$	$A\flat^0$	$D\flat^0 (C\sharp^{-1})$	$G\flat^0 (F\sharp^{-1})$	$C\flat^0 (B^{-1})$
	$C\flat^{-1}$	$F\flat^{-1} (E^0)$	$B\flat\flat^{-1} (A^0)$	$E\flat\flat^{-1} (D^0)$	$A\flat\flat^{-1} (G^0)$

 表 4. G^0 から $F\sharp^0$ まで移動させる間に現れる 10 音

中心音	G^0	D^0	A^0	E^0	$B^0 (C\flat^{-1})$	$F\sharp^0 (G\flat^{-1})$
	$B\sharp^{-2} (C^{-1})$	$F\sharp\sharp^{-2} (G^{-1})$	$C\sharp\sharp^{-2} (D^{-1})$	$G\sharp\sharp^{-2} (A^{-1})$	$D\sharp\sharp^{-2} (E^{-1})$	$A\sharp\sharp^{-2} (B^{-1})$
	$G\sharp^{-1} (A\flat^0)$	$D\sharp^{-1} (E\flat^0)$	$A\sharp^{-1} (B\flat^0)$	$E\sharp^{-1} (F^0)$	$B\sharp^{-1} (C^0)$	$F\sharp\sharp^{-1} (G^0)$
	$B^0 (C\flat^{-1})$	$F\sharp^0 (G\flat^{-1})$	$C\sharp^0 (D\flat^{-1})$	$G\sharp^0 (A\flat^{-1})$	$D\sharp^0 (E\flat^{-1})$	$A\sharp^0 (B\flat^{-1})$
	C^{-1}	G^{-1}	$D^{-1} (E\flat\flat^{-2})$	$A^{-1} (B\flat\flat^{-2})$	$E^{-1} (F\flat^{-2})$	$B^{-1} (C\flat^{-2})$

しかし、既に述べたように、エンハルモニウムでは、 C^0 を主音とした場合と同じ種類と数の和音や音階の奏出が可能であるが、極めて遠隔な関係にある調に対しては該当しない (Pole 1891, 448)。このことから、中心音を $F\sharp^0$ ($G\flat^{-1}$) に移した際に新しく必要となる B^{-1} ($C\flat^{-2}$)、中心音を $D\flat^0$ ($C\sharp^{-1}$) に移した際に新しく必要となる G^{-2} ($F\sharp\sharp^{-3}$)、

中心音を B^0 ($C\flat^{-1}$) に移した際に新しく必要となる E^{-1} ($F\flat^{-2}$)、中心音を $A\flat^0$ に移した際に新しく必要となる D^{-2} 、中心音を E^0 に移した際に新しく必要となる A^{-1} ($B\flat^{-2}$) の 5 音が除外されたと推察される。図 15 は、こうして導かれた 53 平均律に基づく 36 音を、中心の平行四辺形内に表したものである。

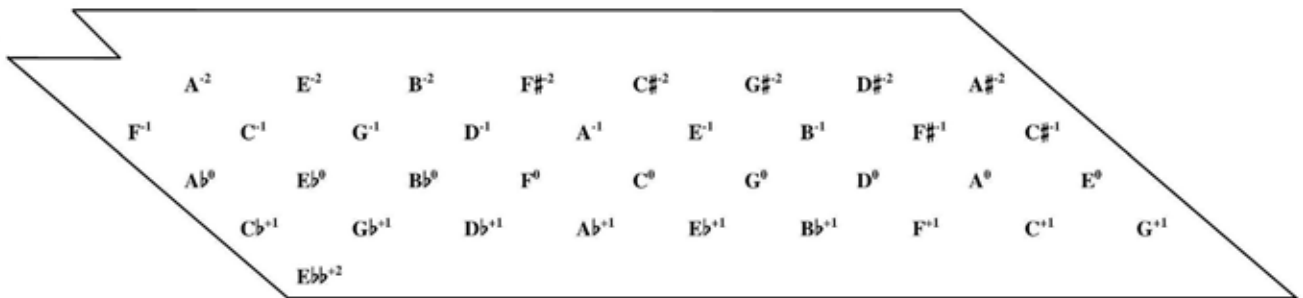


図 15. 推察された 36 音

以上の考察により、エンハルモニウムに純正律が施されていないと推察できることが示された。また、これまでの検証と考察の結果を踏まえると、エンハルモニウムに適用された音律は 53 平均律であったと結論づけられる。

このように、エンハルモニウムに純正律を適用させた場合、主音の位置を色々な位置へと移動させたり、それらの位置において転調させたりすると、多くの音が必要となる。そのため、通常のオルガンに近い、奏出できる音の数が限定された鍵盤を使って、様々な調での演奏が可能なる「純正調楽器」の実現を試みた田中にとって、彼の言うところの「極端な転調」をもたらす平均律を採用する必要があったと考えられる。そして、協和性の観点から妥協できる範囲内の平均律、すなわち、無限に広がる純正音程の代用物である 53 個の純正音程に限りなく近似する、53 平均律を田中は採用したのである。

結び

1890 年に発表された『純正調の領域の研究』は、その後、ドイツ在住のアメリカの作曲家ダニエル・ウォルフ Daniel Wolf (1961-) によって、その理論的に主要な部分が英訳され、非 12 平均律音楽を専門とする学術誌『Xenharmonikon』の第 16 号 (1995) に掲載された。これにより、田中は、エンハルモニウムの製作者としてだけでなく、音律研究の分野にクライスマという用語を導入し、53 平均律の理論的特性について論じた音律理論家 (Tanaka 1995, 118) としても知られていった。

一方で、田中に対するこの評価の遅れは、約 1 世紀に亘って、田中の音律理論についてだけでなく、彼の偉大なる功績であるエンハルモニウムについても、正しく理解されていなかったことを意味する。その最大の原因は、田中が、エンハルモニウムを「純正調オルガン」と呼んだことにあったと言える¹¹⁾。このことにより、エンハルモニウムには

純正律が適用された、と多くの研究者が誤認してしまったと考えられる。

例えば、バーバーは『チューニングとテンペラメント』のなかで、エンハルモニウムでは、移調装置を通じて 70 音が奏出されると記している (Barbour 1951, 113)。この記述は、バーバーが、C⁰ を中心音とする 26 音を純正音程として捉えた上で、ピタゴラス音律上の 12 個の半音の高さに移行させる、と誤って理解していたことを示している。なお、この 70 という音数は、2.3 節で示した方法を用いることで、簡単に引き出すことができる¹²⁾。

このように、田中が手掛けた最初の「純正調オルガン」であるエンハルモニウムについては、正確に把握されてこなかったのである。本論によって、田中に関する音楽研究の未探求の部分が明らかにされていくことを期待したい。

【注】

- 1) スキスマ (schisma) とは、ピタゴラス・コンマ (531441:524288) とシントニック・コンマ (注 6 参照) (81:80) の差 (531441/524288 × 80/81 = 32805/32768) として表される微小な音程で、その音程は 32805:32768 (約 1.954 セント) である。
- 2) クライスマ (kleisma) (ギリシア語で「閉じる」の意) とは、田中によって音律研究の分野に導入された用語で (Tanaka 1995, 118)、純正短 3 度 (6:5) を 6 回下げ、純正 5 度を 1 回上げて、更に 1 オクターヴ上げて得られる音程である。ただし、今日の音律研究の分野では、しばしば、純正 3 度を 6 回上げ、純正 5 度を 5 回下げ、更に 1 オクターヴ上げて ((5/4)⁶ × (2/3)⁵ × 2) 得られる音程として表される。その音程は 15625:15552 (約 8.107 セント) である。
- 3) ラティス (lattice) とは、音程相互の関係性を体系的に示す方法である。この方法は、スイスの数学者レオンハルト・オイラー Leonhard Euler (1707-1783) の著書『最良の和声の原則による音楽の新理論の試み *Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae*』(1739) において初めて提示された。この方法は、その後、ドイツの物理学者アルトゥール・フォン・エッティンゲン Arthur von Oettingen (1836-1920) の著書『二元的和声体系 *Harmoniesystem in dualer Entwicklung*』(1866) において再び用いられた (Lerdahl 2004, 44)。
- 4) 純正律では、比率が特定の音程あるいは音高を示す。本論では、今日の音律研究の分野における慣習にしたがって、特定の音程と音高のいずれもスラッシュを用いて表す。しかし、音高を特定せずに音程のみを示す際は、コロンの用いて表す。例えば、3:2 は、単純に純正 5 度を表す。一方、3/2 は、1/1 の純正 5 度 (3:2) 上の特定の音程あるいは音高を表す。よって、C⁰ を 1/1 に設定した場合、3/2 は、C⁰ の純正 5 度上の G⁰ を表す (Doty 2002, 25)。
- 5) 純正律では、オクターヴ等価性 (octave equivalence) が考慮されるので、全ての比率は 1/1 から 2/1 の間、すなわち 1 オクターヴ内に収められる。
- 6) ピタゴラスの長 3 度の 81:64 とブトレマイオスの長 3 度 (純正 3 度) の 5:4 の差のことであり、ディデュモスのコンマ (Didymus comma) としても知られる。
- 7) この種の表記法は、エッティンゲンや、ドイツの音楽理論家モーリッツ・ハウプトマン Moritz Hauptmann (1792-1868) の表記法に由来する (Helmholtz 1885, 276-277; Benson 2006, 164)。

- 8) 図 5 は、エンハルモニウムの宣伝パンフレットの表紙である (田村 2012, 5)。
- 9) 引用文献の図版の汚れや経年変化による不明瞭な個所に修正を施している。
- 10) エンハルモニウムの鍵盤図は、『純正調の領域の研究』の 25 ページに掲載されている。しかし、本論では、画質を考慮して、『音楽音響学』に掲載されたエンハルモニウムの鍵盤図を引用した。
- 11) 田中が、エンハルモニウムを「純正調オルガン」と呼んだ理由に、ヘルムホルツが、53 平均律に近似する、1/8-スキスマティック・テンペラメント (スキスマが 1/8 に分割されて、解消されたテンペラメント) を適用した自身のリードオルガンを、「純正調ハルモニウム (justly intoned harmonium)」(Helmholtz 1885, 323) と呼んだことがあったからと考えられる。また、エンハルモニウムよりも約 20 年前に、イギリスの科学者ロバート・ボサンケ Robert Bosanquet (1841-1912) によって作製された、エンハルモニック・ハルモニウム (1872-73) と呼ばれる、53 平均律に基づくリードオルガンについて、田中は、「純正調ハルモニウム」と記している (田中 1940, 128)。
- 12) エンハルモニウムに純正律が適用されたと仮定し、ラティス上において、C⁰ を中心音とする 26 音全てを、D[♭], A[♭], E[♭], B[♭], F[♭], C⁰, G⁰, D⁰, A⁰, E⁰, B⁰, F[♯] の 12 個の位置に移動させた場合、この 26 音以外に 44 音が必要となることが分かる。具体的には、その 26 音を、例えば C⁰ から G⁰ (あるいは F⁰) のように横方向に一つ移すと、新たに 4 音が必要となる。よって、その 26 音を 12 個全ての位置に移すと、新たに 44 (4 × 11) 音が必要となり、元々の 26 音と合わせると、全部で 70 音が必要となる (図 14 参照)。

【引用文献】

- Barbour, J. Murray. 1951. *Tuning and temperament: A historical survey*. East Lansing: Michigan State College Press.
- Benson, David J. 2006. *Music: A mathematical offering*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Doty, David B. 2002. *The just intonation primer: An introduction to the theory and practice of just intonation*. 3rd ed. San Francisco: The Just Intonation Network.
- Forster, Cris. 2010. *Musical mathematics: On the art and science of acoustic instruments*. San Francisco: Chronicle Books.
- Helmholtz, Hermann. 1885. *On the sensations of tone: As a physiological basis for the theory of music*. Trans. Alexander J. Ellis. 2nd ed. London: Longmans, Green, and Co.
- Hipkins, Alfred J. 1891. Musical instruments: Their construction and capabilities. *Journal of the Society of Arts* 39, no. 1983: 763-773.
- Lerdahl, Fred. 2004. *Tonal pitch space*. Oxford: Oxford University Press.
- Pole, William. 1891. A new keyed musical instrument for just intonation. *Nature* 44, no. 1141: 446-448.
- Tanaka, Shohé. 1890. Studien im Gebiet der reinen Stimmung. *Vierteljahrsschrift für Musikwissenschaft* 6, no. 1: 1-90.
- . 1995. Studien im Gebiet der reinen Stimmung (A translation of pages 8 to 18 by Daniel J. Wolf). *Xenharmonikon* 16 (autumn): 118-125.
- 伊藤完夫 1968『田中正平と純正調』東京：音楽之友社。
- 田中正平 1940『日本和聲の基礎』東京：創元社。
- 田辺尚雄 1933『音楽原論 I』(世界音楽講座 I,3) 東京：春秋社。
- , 1951『音楽音響学』東京：音楽之友社。
- 田村昭治 2012『田中正平の足跡をたずねて—純正調と日本音楽にかけた明治の青春』兵庫：田中正平博士生誕 150 年記念事業実行委員会。

【付録】

53 個の純正音程と 53 平均律の比較表

音名	53個の純正音程		53平均律		誤差
	比率	セント値	ピッチクラス	セント値	
C ⁰	1/1	0.000	0	0.000	0.000
C ⁺¹	81/80	21.506	1	22.642	+1.136
D ^{♭-3}	250/243	49.166	2	45.283	-3.883
C ^{♯-2}	25/24	70.672	3	67.925	-2.747
C ^{♯-1}	135/128	92.179	4	90.566	-1.613
D ^{♭+1}	16/15	111.731	5	113.208	+1.477
D ^{♭+2}	27/25	133.238	6	135.849	+2.611
D ⁻²	800/729	160.897	7	158.491	-2.406
D ⁻¹	10/9	182.404	8	181.132	-1.272
D ⁰	9/8	203.910	9	203.774	-0.136
E ^{♭♭+2}	256/225	223.463	10	226.415	+2.952
E ^{♭-3}	125/108	253.076	11	249.057	-4.019
D ^{♯-2}	75/64	274.582	12	271.698	-2.884
E ^{♭0}	32/27	294.135	13	294.340	+0.205
E ^{♭+1}	6/5	315.641	14	316.981	+1.340
E ^{♭+2}	243/200	337.148	15	339.623	+2.475
E ⁻²	100/81	364.807	16	362.264	-2.543
E ⁻¹	5/4	386.314	17	384.906	-1.408
E ⁰	81/64	407.820	18	407.547	-0.273
F ^{♭+2}	32/25	427.373	19	430.189	+2.816
F ⁻³	125/96	456.986	20	452.830	-4.156
F ⁻¹	320/243	476.539	21	475.472	-1.067
F ⁰	4/3	498.045	22	498.113	+0.068
F ⁺¹	27/20	519.551	23	520.755	+1.204
G ^{♭-3}	1000/729	547.211	24	543.396	-3.815
F ^{♯-2}	25/18	568.717	25	566.038	-2.679
F ^{♯-1}	45/32	590.224	26	588.679	-1.545
G ^{♭+1}	64/45	609.776	27	611.321	+1.545
G ^{♭+2}	36/25	631.283	28	633.962	+2.679
G ⁻³	375/256	660.896	29	656.604	-4.292
G ⁻¹	40/27	680.449	30	679.245	-1.204
G ⁰	3/2	701.955	31	701.887	-0.068
G ⁺¹	243/160	723.461	32	724.528	+1.067
A ^{♭-3}	125/81	751.121	33	747.170	-3.951
G ^{♯-2}	25/16	772.627	34	769.811	-2.816
A ^{♭0}	128/81	792.180	35	792.453	+0.273
A ^{♭+1}	8/5	813.686	36	815.094	+1.408
A ^{♭+2}	81/50	835.193	37	837.736	+2.543

A ⁻²	400/243	862.852	38	860.377	-2.475
A ⁻¹	5/3	884.359	39	883.019	-1.340
A ⁰	27/16	905.865	40	905.660	-0.205
B $\flat$ ⁺²	128/75	925.418	41	928.302	+2.884
B $\flat$ ⁻³	125/72	955.031	42	950.943	-4.088
A $\sharp$ ⁻²	225/128	976.537	43	973.585	-2.952
B $\flat$ ⁰	16/9	996.090	44	996.226	+0.136
B $\flat$ ⁺¹	9/5	1017.596	45	1018.868	+1.272
B $\flat$ ⁺²	729/400	1039.103	46	1041.509	+2.406
B ⁻²	50/27	1066.762	47	1064.151	-2.611
B ⁻¹	15/8	1088.269	48	1086.793	-1.476
C $\flat$ ⁺¹	256/135	1107.821	49	1109.434	+1.613
C $\flat$ ⁺²	48/25	1129.328	50	1132.076	+2.748
C ⁻³	125/64	1158.941	51	1154.717	-4.224
C ⁻¹	160/81	1178.494	52	1177.359	-1.135